

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$.

Решение.
$$\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{25 \cdot 5^{n-1} - 5^{n-1}}{10 \cdot 5^{n-1}} = \frac{24}{10} = 2,4.$$

Ответ: 2,4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка <u>вычислительного характера</u> /описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22 Из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 10 км от пункта *B*, причём турист, шедший из пункта *A*, сделал в пути 30-минутный привал. Найдите скорость туриста, вышедшего из *B*, если известно, что он шел со скоростью, на 1 км/ч меньшей, чем другой турист.

Решение.
Пусть скорость туриста, вышедшего из *B*, равна *x* км/ч, тогда скорость другого туриста равна *x* + 1 км/ч. Составим уравнение: $\frac{9}{x+1} + 0,5 = \frac{10}{x}$.

Решим уравнение:

$$18x + x(x + 1) - 20(x + 1) = 0; \quad x^2 - x - 20 = 0; \quad x_1 = 5; \quad x_2 < 0.$$

Ответ: 5 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но по ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23 При каких значениях *m* и *n*, связанных соотношением *m* + *n* = 1, выражение $4m^2 + 2mn - n^2$ принимает наименьшее значение?

Решение.

1. Выразим из равенства *m* + *n* = 1 одну переменную через другую, например, переменную *m* через *n*:

$$m = 1 - n.$$

Подставив 1 – *n* вместо переменной *m* в выражение $4m^2 + 2mn - n^2$, получим:

$$4(1 - n)^2 + 2n(1 - n) - n^2 = n^2 - 6n + 4.$$

2. Выделим в трёхчлене $n^2 - 6n + 4$ квадрат двучлена:

$$n^2 - 6n + 4 = (n - 3)^2 - 5.$$

Значит, наименьшее значение трёхчлен принимает при *n* = 3.

3. Из равенства *m* = 1 – *n* найдём соответствующее значение *m*:

$$m = 1 - 3 = -2.$$

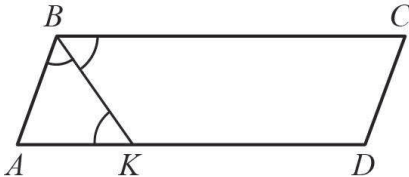
Другое возможное решение. Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойства квадратичной функции: функция $y = ax^2 + bx + c$, где *a* > 0, принимает наименьшее значение при $x = -\frac{b}{2a}$; воспользовавшись этой формулой, получим $n = -\frac{-6}{2} = 3$.

Ответ: при *m* = –2, *n* = 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка — в преобразованиях или в вычислениях, с её учётом дальнейшие шаги выполнены правильно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса тупого угла B параллелограмма $ABCD$ делит сторону AD в отношении $1 : 2$, считая от вершины A . Найдите сторону AB , если полупериметр параллелограмма равен 40.

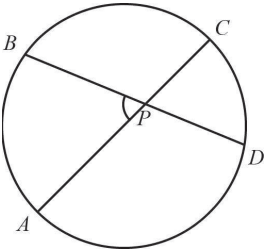


Решение.
Имеем $\angle BKA = \angle CBK = \angle ABK$, следовательно, треугольник ABK равнобедренный, $AB = AK$. Значит, $AB : AD = 1 : 3$, откуда $AB = 40 : 4 = 10$.

Ответ: 10.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

- 25 В окружности проведены хорды AC и BD так, что они пересекаются в точке P (см. рис.). Докажите, что угол APB равен полусумме угловых величин дуг AB и CD .



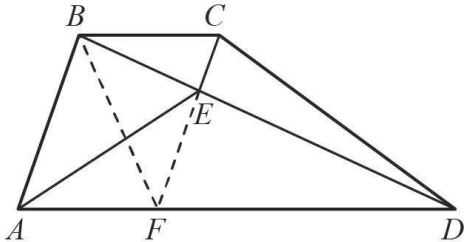
Доказательство.
Угол APB внешний для треугольника APD , значит, $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$. Угол PAD вписанный и опирается на дугу CD , следовательно, $\angle PAD = \frac{1}{2} \cup CD$. Аналогично $\angle PDA = \frac{1}{2} \cup AB$. Таким образом, $\angle APB = \frac{\cup AB + \cup CD}{2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

26 В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$) на диагонали BD выбрана точка E так, что $CE \parallel AB$. Площадь треугольника DCB равна 15. Найдите площадь треугольника ABE .

Решение.

Пусть F – точка пересечения прямых CE и AD , тогда $ABCF$ — параллелограмм (см. рис.). Следовательно, $S_{DBC} = S_{FBC} = \frac{1}{2}S_{ABCF}$. Так как треугольник ABE и параллелограмм $ABCF$ имеют одно и то же основание AB и общую высоту, проведённую к AB , $S_{ABE} = \frac{1}{2}S_{ABCF}$. Значит, $S_{ABE} = S_{DBC} = 15$.



Ответ: 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но в решении пропущены существенные шаги	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}}$.

Решение.

$$\frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} - 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2^{n-1}}{4 \cdot 2^{n-1} - 2^{n-1}} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

Ответ: $6\frac{2}{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка <u>вычислительного характера</u> /описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22 Из пунктов A и B , расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два туриста и встретились в 9 км от пункта A . Найдите скорость туриста, вышедшего из пункта A , если известно, что он шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем другой турист, и сделал в пути 30-минутный привал.

Решение.

Пусть скорость туриста, вышедшего из A , равна x км/ч, тогда скорость другого туриста равна $x - 1$ км/ч. Составим уравнение: $\frac{9}{x} + 0,5 = \frac{10}{x - 1}$. Решим уравнение:

$$18(x - 1) + x(x - 1) - 20x = 0; \quad x^2 - 3x - 18 = 0; \quad x_1 = 6; \quad x_2 < 0.$$

Ответ: 6 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но по ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23 При каких значениях m и n , связанных соотношением $m + n = 2$, выражение $2m^2 - 2mn - 3n^2$ принимает наименьшее значение?

Решение.

1. Выразим из равенства $m + n = 2$ одну переменную через другую, например, переменную m через n :

$$m = 2 - n.$$

Подставив $2 - n$ вместо переменной m в выражение $2m^2 - 2mn - 3n^2$, получим

$$2(2 - n)^2 - 2n(2 - n) - 3n^2 = n^2 - 12n + 8.$$

2. Выделим в трёхчлене $n^2 - 12n + 8$ квадрат двучлена:

$$n^2 - 12n + 8 = (n - 6)^2 - 28.$$

Значит, наименьшее значение трёхчлен принимает при $n = 6$.

3. Из равенства $m = 2 - n$ найдём соответствующее значение m :

$$m = 2 - 6 = -4.$$

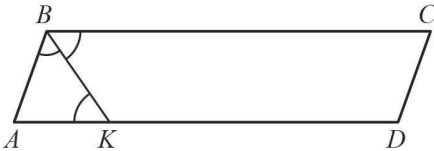
Другое возможное решение. Второй шаг может быть выполнен с опорой на свойства квадратичной функции: функция $y = ax^2 + bx + c$, где $a > 0$, принимает наименьшее значение при $x = -\frac{b}{2a}$; воспользовавшись этой формулой, получим $n = \frac{12}{2} = 6$.

Ответ: при $m = -4, n = 6$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с её учётом дальнейшие шаги выполнены правильно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 Биссектриса тупого угла B параллелограмма $ABCD$ делит сторону AD в отношении $1 : 3$, считая от вершины A . Найдите сторону AB , если периметр параллелограмма равен 55.



Решение.

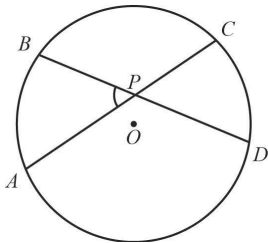
Имеем $\angle BKA = \angle CBK = \angle ABK$, следовательно, треугольник ABK равнобедренный, $AB = AK$.

Значит, $AB : AD = 1 : 4$, откуда $AB = 55 : 5 = 11$.

Ответ: 11.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

25 В окружности с центром O проведены хорды AC и BD так, что они пересекаются в точке P (см. рис.). Докажите, что угол APB равен полусумме углов AOB и COD .



Доказательство.

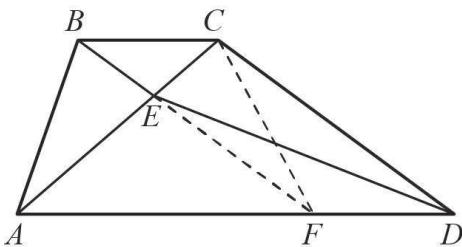
Угол APB внешний для треугольника APD , значит, $\angle APB = \angle PAD + \angle PDA$. Угол PAD вписанный и опирается на дугу CD , следовательно, он равен половине центрального угла COD . Аналогично угол PDA равен половине центрального угла BOA . Таким образом, $\angle APB = \frac{\angle COD + \angle AOB}{2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

26 В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$) на диагонали AC выбрана точка E так, что $BE \parallel CD$. Площадь треугольника ABC равна 10. Найдите площадь треугольника DEC .

Решение.

Пусть F — точка пересечения прямых BE и AD , тогда $BCDF$ — параллелограмм (см. рис.). Следовательно, $S_{ABC} = S_{FBC} = \frac{1}{2}S_{BCDF}$. Так как треугольник DEC и параллелограмм $BCDF$ имеют одно и то же основание DC и общую высоту, проведённую к DC , $S_{DEC} = \frac{1}{2}S_{BCDF}$. Значит, $S_{DEC} = S_{ABC} = 10$.



Ответ: 10.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но в решении пропущены существенные шаги	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-2,1
2	4
3	8
4	-6; 3 или 3; -6
5	243
6	2; 4 или 4; 2
7	2
8	4
9	85°
10	8,5 см

№ задания	Ответ
11	84
12	5
13	2
14	4
15	31,4218 руб.
16	550 руб.
17	29 м
18	3
19	0,98
20	15

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	-1,6
2	3
3	6
4	-9; 2 или 2; -9
5	142
6	2; 4 или 4; 2
7	6
8	2
9	45°
10	6,5 см

№ задания	Ответ
11	84
12	17
13	1; 2 или 2; 1
14	2
15	30,7522 руб.
16	690 руб.
17	25 м
18	1
19	0,96
20	8