Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение: $\dfrac{5^{n+1}-5^{n-1}}{2\cdot 5^n}$.

Решение.

$$\frac{5^{n+1}-5^{n-1}}{2\cdot 5^n}=\frac{25\cdot 5^{n-1}-5^{n-1}}{2\cdot 5^n}=\frac{5^{n-1}(25-1)}{2\cdot 5^n}=\frac{24}{10}=2,4.$$

Ответ: 2,4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	2

22 Известно, что парабола проходит через точку $B\left(-1;\ \frac{1}{4}\right)$ и её вершина находится в начале координат. Найдите уравнение этой параболы и вычислите, в каких точках она пересекает прямую $y=9$.

Решение.

Уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат: $y=ax^2$. Парабола проходит через точку B, поэтому $\frac{1}{4}=a\cdot(-1)^2$, откуда $a=\frac{1}{4}$. Уравнение параболы: $y=\frac{1}{4}x^2$. Абсциссы точек пересечения с прямой $y=9$ найдём из уравнения $\frac{1}{4}x^2=9$: $x_1=6,\ x_2=-6$.

Ответ: $y=\frac{1}{4}x^2$, $(6;9)$, $(-6;9)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно составлено уравнение параболы и обе точки пересечения параболы и заданной прямой	3
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера при нахождении координат точек	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	3

23 Найдите наименьшее значение выражения $(5x-4y+3)^2+(3x-y-1)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

Решение.

При любых значениях x и y имеем $(5x-4y+3)^2+(3x-y-1)^2\ge 0$. Значение, равное 0, достигается только в том случае, когда $5x-4y+3$ и $3x-y-1$ равны нулю одновременно.

Составим систему уравнений

$$\begin{cases}5x-4y+3=0;\\3x-y-1=0.\end{cases}$$

Решив её, получим $x=1,\quad y=2$.

Таким образом, наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x=1,\quad y=2$.

Ответ: 0, при $x=1,\quad y=2$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно найдено наименьшее значение выражения и значения x и y, при которых оно достигается	4
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4

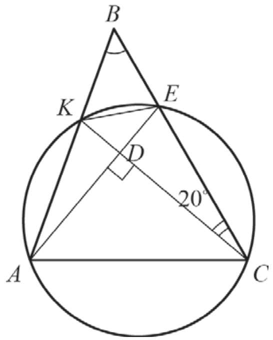
Модуль «Геометрия»

24 Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle ABC$, если $\angle KCB = 20^\circ$.

Решение.

Из ΔCDE имеем $\angle DEC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$, тогда $\angle BEA = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

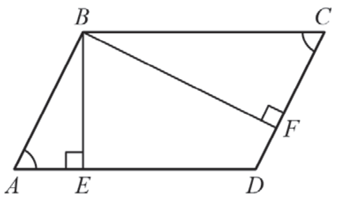
Далее $\angle BAE = \angle BCK$, так как они опираются на одну дугу окружности; следовательно, $\angle BKC = \angle BEA$. В четырёхугольнике $BKDE$ имеем $\angle KBE = 360^\circ - 90^\circ - 2 \cdot 110^\circ = 50^\circ$.



Ответ: 50°.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не даны объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	2

25 В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF. Докажите, что ΔABE подобен ΔCBF.



Доказательство.

В треугольниках ABE и CBF имеем $\angle A = \angle C$ как противоположные углы параллелограмма, $\angle BEA = \angle CFB$ как прямые углы, значит треугольники подобны по первому признаку подобия треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	3

26 Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M. Известно, что $\angle ABC = 74^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 112^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

Решение.

Пусть $\angle ACD = x$.

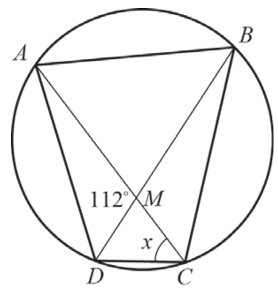
$\angle DMC = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$;

$\angle DMC = \angle DBC + \angle BCA$;

$\angle BCA = 102^\circ - x$;

$\angle DBC + 102^\circ - x = 68^\circ$; $x = \angle DBC + 34^\circ$.

$\angle DBC + \angle ABD = 74^\circ$; $\angle ABD = x$; $\angle DBC = 74^\circ - x$; $2x = 108^\circ$, $x = 54^\circ$.



Ответ: 54°.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение: $\dfrac{10\cdot 2^n}{2^{n+1}+2^{n-1}}$.

Решение.

$$\frac{10\cdot 2^n}{2^{n+1}+2^{n-1}}=\frac{10\cdot 2^n}{4\cdot 2^{n-1}+2^{n-1}}=\frac{10\cdot 2^n}{(4+1)\cdot 2^{n-1}}=\frac{10\cdot 2}{5}=4.$$

Ответ: 4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	2

22 Известно, что парабола проходит через точку $B\left(-1;\,-\dfrac{1}{4}\right)$ и её вершина находится в начале координат. Найдите уравнение этой параболы и вычислите, в каких точках она пересекает прямую $y=-16$.

Решение.

Уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат: $y=ax^2$. Парабола проходит через точку B, поэтому $-\dfrac{1}{4}=a\cdot(-1)^2$, откуда $a=-\dfrac{1}{4}$. Уравнение параболы: $y=-\dfrac{1}{4}x^2$. Абсциссы точек пересечения с прямой $y=-16$ найдём из уравнения $-\dfrac{1}{4}x^2=-16$: $x_1=8$, $x_2=-8$.

Ответ: $y=-\dfrac{1}{4}x^2$, $(8;-16)$, $(-8;-16)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно составлено уравнение параболы и обе точки пересечения параболы и заданной прямой	3
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера при нахождении координат точек	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	3

23 Найдите наименьшее значение выражения $(5x+4y+6)^2+(3x+4y+2)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

Решение.

При любых значениях x и y имеем $(5x+4y+6)^2+(3x+4y+2)^2 \geq 0$. Значение, равное 0, достигается только в том случае, когда $5x+4y+6$ и $3x+4y+2$ равны нулю одновременно.

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} 5x+4y+6=0; \\ 3x+4y+2=0. \end{cases}$$

Решив её, получим $x=-2,\quad y=1$.

Таким образом, наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при $x=-2,\quad y=1$.

Ответ: 0, при $x=-2,\quad y=1$.

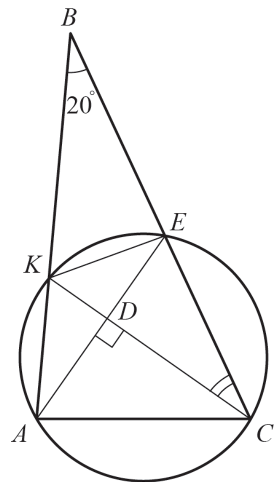
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Задание выполнено верно: верно найдено наименьшее значение выражения и значения x и y, при которых оно достигается	4
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle KCB$, если $\angle ABC = 20^\circ$.

Решение.

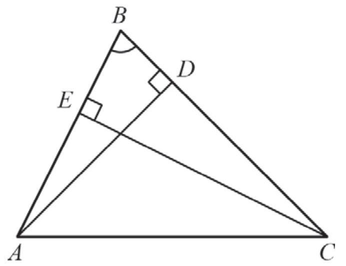
$\angle AKC = \angle AEC$, так как они опираются на одну дугу окружности; следовательно, имеем $\angle BKC = \angle BEA$ как смежные с ними. В четырёхугольнике $BKDE$ имеем $\angle BKC = \frac{1}{2}(360^\circ - 90^\circ - 20^\circ) = 125^\circ$. В ΔBKC имеем $\angle KCB = 180^\circ - 125^\circ - 20^\circ = 35^\circ$.



Ответ: 35°.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не даны объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	2

25 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты CE и AD. Докажите, что ΔABD подобен ΔCBE.



Доказательство.

В треугольниках ABD и CBE угол B – общий, $\angle BDA = \angle BEC$ как прямые углы, значит, треугольники подобны по первому признаку подобия треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	3

26 Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M. Известно, что $\angle ABC = 72^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 110^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

Решение.

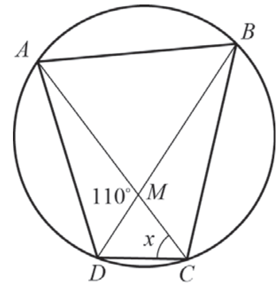
Пусть $\angle ACD = x$.

$\angle DMC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$;

$\angle DMC = \angle DBC + \angle BCA$;

$\angle BCA = 102^\circ - x$; $\angle DBC + 102^\circ - x = 70^\circ$; $x = \angle DBC + 32^\circ$.

$\angle DBC + \angle ABD = 72^\circ$; $\angle ABD = x$; $\angle DBC = 72^\circ - x$; $2x = 104^\circ$, $x = 52^\circ$.



Ответ: 52°.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4

Ответы к заданиям

Вариант 3

№ задания	Ответ
1	-0,25.
2	2.
3	1.
4	-0,25; 0,25 или 0,25; -0,25
5	1;2 или 2;1
6	8.
7	-10
8	4.
9	8.
10	6.

№ задания	Ответ
11	2.
12	40
13	1.
14	3.
15	320.
16	844.
17	5
18	1;2 или 2;1
19	0,94
20	$\frac{23t}{15}$

Ответы к заданиям

Вариант 4

№ задания	Ответ
1	-6,5
2	3
3	3
4	0,2; -0,2 или -0,2; 0,2
5	1;4 или 4;1
6	8
7	-3,75
8	1
9	10
10	5

№ задания	Ответ
11	3
12	40
13	2
14	1
15	320
16	852
17	8
18	6;8 или 8;6
19	0,96
20	$\frac{7t}{20}$