Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\frac{m}{m^2-2m+1}-\frac{m+2}{m^2+m-2}$.

Решение.

Корни квадратного трёхчлена m^2+m-2 : $m_1=-2$, $m_2=1$.

Значит, $m^2+m-2=(m+2)(m-1)$.

$$\frac{m}{m^2-2m+1}-\frac{m+2}{m^2+m-2}=\frac{m}{(m-1)^2}-\frac{m+2}{(m+2)(m-1)}=\frac{m}{(m-1)^2}-\frac{1}{m-1}=$$
$$\frac{m-(m-1)}{(m-1)^2}=\frac{1}{(m-1)^2}.$$

Ответ: $\frac{1}{(m-1)^2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
При выбранном способе решения все преобразования выполнены верно и получен верный ответ	2
Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка / описка при преобразовании выражений	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22 Какое из чисел больше: $\sqrt{7}+\sqrt{8}$ или $3+\sqrt{6}$?

Решение.

Найдем квадраты чисел:

$$(\sqrt{7}+\sqrt{8})^2=15+2\sqrt{56}=15+\sqrt{224};$$

$$(3+\sqrt{6})^2=15+6\sqrt{6}=15+\sqrt{216}.$$

Так как $\sqrt{224}>\sqrt{216}$, то $(\sqrt{7}+\sqrt{8})^2>(3+\sqrt{6})^2$.

Учитывая, что $\sqrt{7}+\sqrt{8}$ и $3+\sqrt{6}$ — положительные числа, получаем, что

$$\sqrt{7}+\sqrt{8}>3+\sqrt{6}.$$

Ответ: $\sqrt{7}+\sqrt{8}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, и получен верный ответ	3
Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка / описка при преобразовании выражений	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23 Постройте график функции $y=\frac{\left(\sqrt{x^2+3x}\right)^2}{x}$. Найдите значения a, при которых прямая $y=a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Решение.

Найдём область определения функции:

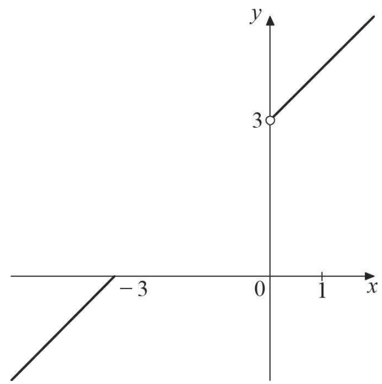
1) $x^2+3x\ge 0$; $x\in(-\infty;-3]\cup[0;+\infty)$;

2) $x\ne 0$; следовательно, функция определена при $x\in(-\infty;-3]\cup(0;+\infty)$.

Далее,

$$\frac{\left(\sqrt{x^2+3x}\right)^2}{x}=\frac{x^2+3x}{x}=x+3;\quad y=x+3.$$

График изображён на рисунке.



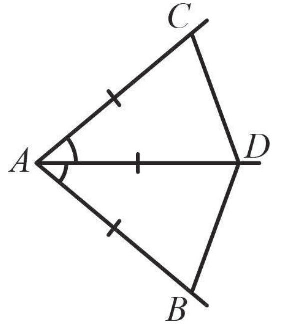
Прямая $y=a$ не имеет с графиком данной функции общих точек при $a\in(0;3]$.

Ответ: $a\in(0;3]$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, дан верный ответ на вопрос	4
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но в ходе решения допущена ошибка вычислительного характера / описка. ИЛИ допущена ошибка / описка при записи ответа. ИЛИ график построен правильно, ответ на вопрос отсутствует. ИЛИ решение содержит указание на область определения функции, сокращение дроби выполнено верно, построен график, но на прямой не указана выколотая точка, ответ при этом дан верный	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 На сторонах угла BAC и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB, AC и AD. Величина угла BDC равна $140°$. Определите величину угла BAC.



Решение.

Треугольники ADB и ACD – равнобедренные и равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно,

$$\angle ACD = \angle CDA = \angle ADB = \angle ABD = 70°; \quad \angle BAC = 360° - 4 \cdot 70° = 80°.$$

Ответ: 80°.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка / описка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

25 Три стороны параллелограмма равны. Докажите что отрезок с концами в серединах противоположных сторон параллелограмма равен четверти его периметра.

Доказательство.

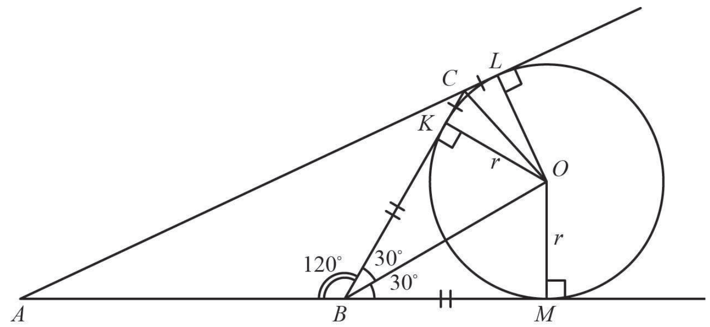
В параллелограмме противоположные стороны равны, поэтому если равны три стороны, то все стороны этого параллелограмма равны, значит, это ромб. Отрезок с концами в серединах противоположных сторон параллелограмма равен его стороне, значит, его длина равна четверти периметра параллелограмма.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

26 В треугольнике ABC угол B равен $120°$, а длина стороны AB на $5\sqrt{3}$ меньше полупериметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AB и AC.

Решение.

Центр окружности является точкой пересечения биссектрис углов CBM и BCL. При этом по свойству касательных $AL = AM$, $CL = CK$, $BK = BM$. Следовательно, длины ломаных ACK и ABK равны полупериметру p. По условию $AB = p - 5\sqrt{3}$; $BK = p - (p - 5\sqrt{3}) = 5\sqrt{3}$.



Найдём радиус KO из прямоугольного треугольника BKO. В треугольнике BKO

$$\angle KBO = (180° - 120°) : 2 = 30°,$$

катет KO лежит против угла 30°, значит, $KO = \frac{1}{2}BO$.

$$BO = \frac{KB}{\cos 30°} = \frac{2 \cdot 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10; \quad KO = 5.$$

Ответ: 5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\dfrac{m-2}{m^2-m-2}-\dfrac{m}{m^2+2m+1}$.

Решение.

Корни квадратного трёхчлена m^2-m-2 : $m_1=2,\ m_2=-1$.

Значит, $m^2-m-2=(m-2)(m+1)$.

$$\frac{m-2}{m^2-m-2}-\frac{m}{m^2+2m+1}=\frac{m-2}{(m-2)(m+1)}-\frac{m}{(m+1)^2}=\frac{1}{m+1}-\frac{m}{(m+1)^2}=$$

$$=\frac{m+1-m}{(m+1)^2}=\frac{1}{(m+1)^2}.$$

Ответ: $\dfrac{1}{(m+1)^2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
При выбранном способе решения все преобразования выполнены верно и получен верный ответ	2
Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка / описка при преобразовании выражений	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

22 Какое из чисел больше: $\sqrt{6}+\sqrt{10}$ или $3+\sqrt{7}$?

Решение.

Найдем квадраты чисел:

$$(\sqrt{6}+\sqrt{10})^2=16+2\sqrt{60}=16+\sqrt{240};$$

$$(3+\sqrt{7})^2=16+6\sqrt{7}=16+\sqrt{252}.$$

Так как $\sqrt{252}>\sqrt{240}$, то $(3+\sqrt{7})^2>(\sqrt{6}+\sqrt{10})^2$.

Учитывая, что $\sqrt{6}+\sqrt{10}$ и $3+\sqrt{7}$ — положительные числа, получаем, что

$$3+\sqrt{7}>\sqrt{6}+\sqrt{10}.$$

Ответ: $3+\sqrt{7}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения правильный, все его шаги выполнены верно, и получен верный ответ	3
Ход решения правильный, но допущена одна вычислительная ошибка / описка при преобразовании выражений	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

23 Постройте график функции $y=\dfrac{\left(\sqrt{x^2-3x}\right)^2}{x}$. Найдите значения a, при которых прямая $y=a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Решение.

Найдём область определения функции:

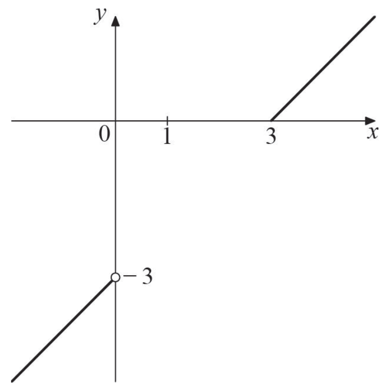
1) $x^2-3x\ge 0;\ x\in(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$;

2) $x\ne 0$; следовательно, функция определена при $x\in(-\infty;0)\cup[3;+\infty)$.

Далее,

$$\frac{\left(\sqrt{x^2-3x}\right)^2}{x}=\frac{x^2-3x}{x}=x-3;\quad y=x-3.$$

График изображён на рисунке.



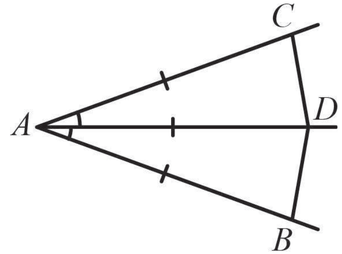
Прямая $y=a$ не имеет с графиком данной функции общих точек при $a\in[-3;0)$.

Ответ: $a\in[-3;0)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен верно, дан верный ответ на вопрос	4
Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но в ходе решения допущена ошибка вычислительного характера / описка. ИЛИ допущена ошибка / описка при записи ответа. ИЛИ график построен правильно, ответ на вопрос отсутствует. ИЛИ решение содержит указание на область определения функции, сокращение дроби выполнено верно, построен график, но на прямой не указана выколотая точка, ответ при этом дан верный	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	4

Модуль «Геометрия»

24 На сторонах угла BAC и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB, AC и AD. Величина угла BDC равна $160°$. Определите величину угла BAC.



Решение.

Треугольники ADB и ACD равнобедренные и равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно,

$$\angle ACD = \angle CDA = \angle ADB = \angle ABD = 80°; \quad \angle BAC = 360° - 4 \cdot 80° = 40°.$$

Ответ: 40°.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка / описка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	2

25 Сумма длин трёх любых сторон параллелограмма равна одному и тому же числу. Докажите, что диагонали этого параллелограмма перпендикулярны.

Доказательство.

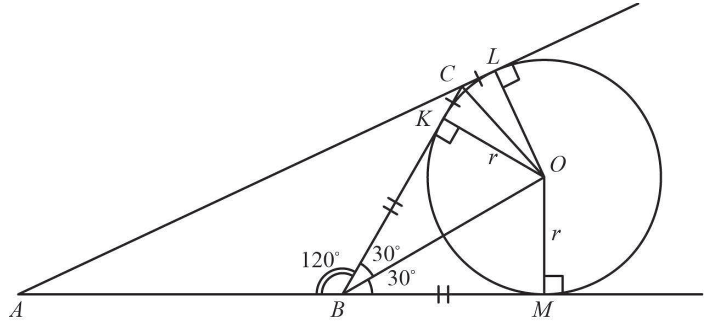
Пусть стороны параллелограмма равны a и b, тогда по условию $a + 2b = 2a + b$, откуда $a = b$. Следовательно, данный параллелограмм — ромб, а диагонали ромба перпендикулярны.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
Максимальный балл	3

26 В треугольнике ABC угол B равен $120°$, а длина стороны AB на $3\sqrt{3}$ меньше полупериметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AB и AC.

Решение.

Центр окружности является точкой пересечения биссектрис углов CBM и BCL. При этом по свойству касательных $AL = AM$, $CL = CK$, $BK = BM$. Следовательно, длины ломаных ACK и ABK равны полупериметру p. По условию $AB = p - 3\sqrt{3}$; $BK = p - (p - 3\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$.



Найдём радиус KO из прямоугольного треугольника BKO. В треугольнике BKO

$$\angle KBO = (180° - 120°) : 2 = 30°,$$

катет KO лежит против угла 30°, значит, $KO = \frac{1}{2}BO$.

$$BO = \frac{KB}{\cos 30°} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6; \; KO = 3.$$

Ответ: 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	23 или 32
2	3
3	2
4	4
5	142
6	-8
7	3
8	3
9	70
10	126

№ задания	Ответ
11	110
12	1
13	2
14	2
15	9
16	4
17	4
18	4
19	0,2
20	7,5

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	12 или 21
2	2
3	3
4	3
5	423
6	16
7	2
8	4
9	50
10	162

№ задания	Ответ
11	50
12	3
13	12 или 21
14	4
15	16
16	4
17	9
18	4
19	0,2
20	0,75;3/4;6/8