

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**С1** а) Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 2x + 3 \cos 2x = 0$.б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.**Решение.**

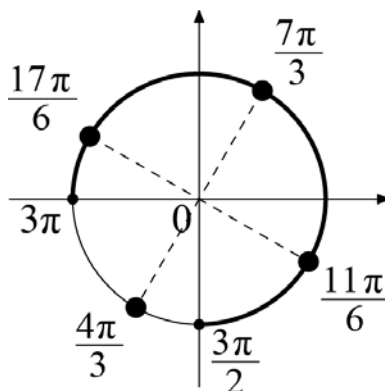
а) Если $\cos 2x = 0$, то из уравнения следует, что $\sin 2x = 0$, что противоречит основному тригонометрическому тождеству. Поэтому $\cos 2x$ отличен от 0, и на него можно поделить обе части уравнения:

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} 2x + 3 = 0; \operatorname{tg} 2x = -\sqrt{3};$$

$$2x = -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$:

$$x = \frac{11\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{3}, x = \frac{17\pi}{6}.$$



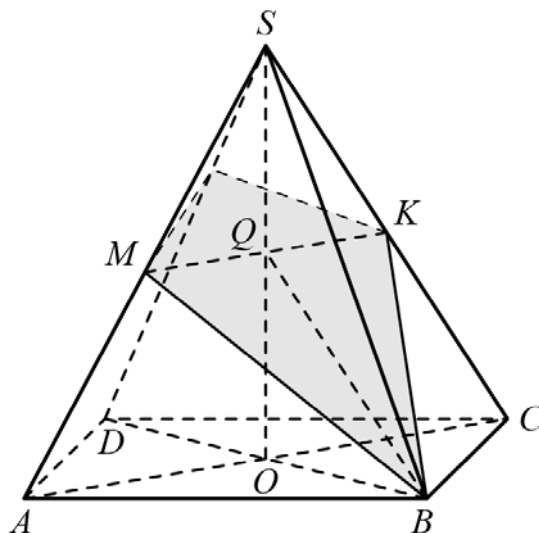
Ответ: а) $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}, \frac{17\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. а) и в п. б)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. а), но обоснование отбора корней в п. б) не приведено или задача в п. а) обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. б) приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С2 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SC . Найдите угол между плоскостями BMK и ABC , если $AB = 8$, $SC = 10$.

Решение.

Проведём из точки B перпендикуляр BQ к MK , Q — середина MK . Точка Q является серединой высоты SO . Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей BMK и ABC , $QO \perp MK$, $OB \perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ — искомый линейный угол. Найдём QO :



$$BO = 4\sqrt{2}; \quad SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{17};$$

$$QO = \frac{1}{2}SO = \sqrt{17}.$$

Значит, $\operatorname{tg} \angle QBO = \frac{\sqrt{17}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{8}$.

Ответ: $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{34}}{8}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ, или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3

Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_{2x-1}(4x-5) + \log_{4x-5}(2x-1) \leq 2, \\ 25^x - 5 \cdot 10^x - 6 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство:

$$\log_{2x-1}(4x-5) + \frac{1}{\log_{2x-1}(4x-5)} \leq 2.$$

Сделаем замену $y = \log_{2x-1}(4x-5)$:

$$y + \frac{1}{y} \leq 2; \quad \frac{(y-1)^2}{y} \leq 0, \quad \text{откуда } y = 1 \text{ или } y < 0.$$

Если $\log_{2x-1}(4x-5) = 1$, то

$$\begin{cases} 2x-1 = 4x-5, \\ 2x-1 > 0, \\ 2x-1 \neq 1, \end{cases} \quad \text{откуда } x = 2.$$

Если $\log_{2x-1}(4x-5) < 0$, то

$$\begin{cases} \frac{4x-5-1}{2x-1-1} < 0, \\ 2x-1 > 0, \\ 4x-5 > 0, \\ 2x-1 \neq 1, \end{cases} \quad \text{откуда } \begin{cases} \frac{2x-3}{x-1} < 0, \\ x > \frac{5}{4}; \end{cases} \quad \frac{5}{4} < x < \frac{3}{2}.$$

Решение первого неравенства: $\frac{5}{4} < x < \frac{3}{2}$ или $x = 2$.Решим второе неравенство. Разделим обе части на 4^x :

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x} - 5\left(\frac{5}{2}\right)^x - 6 \leq 0.$$

Сделаем замену $z = \left(\frac{5}{2}\right)^x$. Получаем $z^2 - 5z - 6 \leq 0$; $-1 \leq z \leq 6$.Отсюда находим $\left(\frac{5}{2}\right)^x \leq 6$; $x \leq \log_{2,5} 6$.Решение второго неравенства: $x \leq \log_{2,5} 6$.

Решением системы является общая часть решений двух неравенств.

Учитывая, что $\frac{3}{2} < \log_{2,5} 6 < 2$, находим решение системы: $\frac{5}{4} < x < \frac{3}{2}$.

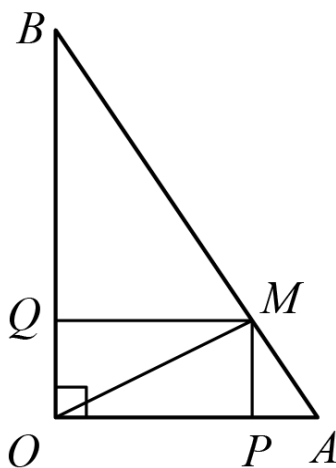
Ответ: $\left(\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

С4 Расстояния от точки M , расположенной внутри прямого угла, до сторон угла равны 3 и 6. Через точку M проведена прямая, отсекающая от угла треугольник, площадь которого равна 48. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого внутри угла.

Решение.

Пусть O — вершина данного угла, P и Q — проекции точки M на стороны угла, $MP = 3$, $MQ = 6$, A и B — точки, в которых прямая, проходящая через точку M , пересекает стороны соответственно OP и OQ данного прямого угла. Обозначим $OA = x$, $OB = y$. Тогда $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}xy = 48$.



С другой стороны,

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOM} + S_{\triangle BOM} = \frac{1}{2}OA \cdot MP + \frac{1}{2}OB \cdot MQ = \frac{1}{2}x \cdot 3 + \frac{1}{2}y \cdot 6 = \frac{3}{2}x + 3y = 48.$$

Из системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy = 48, \\ \frac{3}{2}x + 3y = 48 \end{cases}$$

находим, что $x = 8$, $y = 12$ или $x = 24$, $y = 4$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$$

или

$$AB = \sqrt{24^2 + 4^2} = 4\sqrt{37}.$$

Ответ: $4\sqrt{13}$ или $4\sqrt{37}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Получено одно правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена геометрическая конфигурация, в которой получены одно или два значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4^{-x^2} - a \cdot 2^{1-x^2} + a}{2^{1-x^2} - 1} = 3$$

имеет хотя бы одно решение.

Решение.

Сделаем замену $z = 2^{-x^2}$. $x^2 \geq 0$, поэтому $0 < z \leq 1$. Задачу можно сформулировать так: найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{z^2 - 2az + a}{2z - 1} = 3$ имеет хотя бы одно решение, удовлетворяющее условию $0 < z \leq 1$.

Перейдем к системе:

$$\begin{cases} z^2 - 2az + a = 6z - 3, \\ z \neq 0, 5, \\ 0 < z \leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} z^2 - 2(a+3)z + a + 3 = 0, \\ z \neq 0, 5, \\ 0 < z \leq 1. \end{cases}$$

Заметим, что ни при одном значении a число $z = 0, 5$ не является корнем уравнения.

Рассмотрим функцию $f(z) = z^2 - 2(a+3)z + a + 3$. Её график — парабола, ветви которой направлены вверх. Следовательно, условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда выполняется одно из трёх условий:

1) Трёхчлен имеет два различных корня, и только больший из них лежит на промежутке $(0; 1]$ (см. рис.1), то есть $\begin{cases} f(0) < 0, \\ f(1) \geq 0. \end{cases}$

2) Трёхчлен имеет два различных корня, и только меньший из них лежит на промежутке $(0; 1]$ (см. рис.2), то есть $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) \leq 0. \end{cases}$

3) Трёхчлен имеет два корня, возможно, совпадающих, и оба лежат на промежутке $(0; 1]$ (см. рис.3), то есть $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) \geq 0, \\ f(z_0) \leq 0. \end{cases}$ где z_0 — абсцисса вершины параболы.

Эти условия соответствуют следующим способам расположения графика функции $f(z)$:

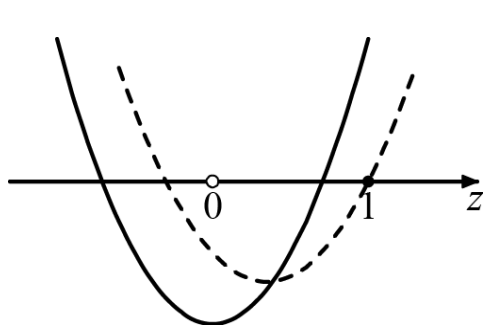


Рис. 1

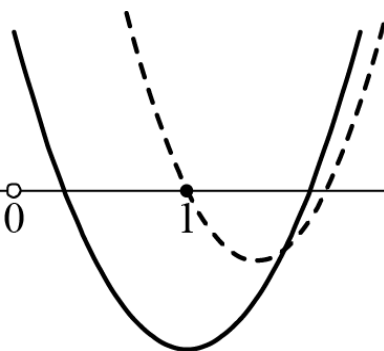


Рис. 2

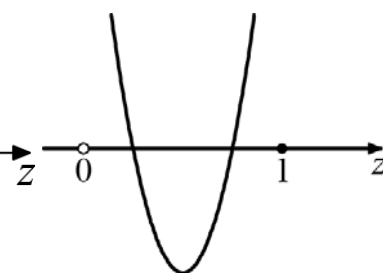


Рис. 3

Решим систему 1: $\begin{cases} a+3 < 0, \\ 1-a-3 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a < -3, \\ a \leq -2; \end{cases} \quad a < -3.$

Решим систему 2: $\begin{cases} a+3 > 0, \\ 1-a-3 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a > -3, \\ a \geq -2; \end{cases} \quad a \geq -2.$

Решим систему 3: $\begin{cases} a+3 > 0, \\ 1-a-3 \geq 0, \\ (a+3)^2 - 2(a+3) + a+3 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a > -3, \\ a \leq -2, \\ a \geq -2, \end{cases} \quad \text{откуда } a = -2.$

Ответ: $a < -3, a \geq -2.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6 Дана последовательность натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего либо на 10, либо в 6 раз. Сумма всех членов последовательности равна 257.

- а) Какое наименьшее число членов может быть в этой последовательности?
 б) Какое наибольшее количество членов может быть в этой последовательности?

Решение.

а) Последовательность не может состоять из двух членов, так как уравнения $x + (x + 10) = 257$, $x + 6x = 257$ неразрешимы в целых числах. Последовательность может состоять из трёх членов, например, так: $19 + 114 + 124 = 257$.

б) Сумма двух соседних чисел равна как минимум 7; поскольку $257 = 36 \cdot 7 + 5$, будет самое большее 36 пар и ещё одно число. Но сумма может быть равна 7 только для пары $1 + 6$, а если все пары такие, то добавить к ним число 5 нельзя. А для остальных пар сумма равна как минимум 12. Поэтому на самом деле 73 числа обеспечить нельзя, а 72 числа можно в ситуации $1, 6, 1, 6, 1, 6, \dots, 1, 6, 1, 11$ (пара $1, 6$ повторяется 35 раз).

Ответ: а) 3; б) 72.

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены все пункты	4
Выполнен пункт а), а в пункте б) доказано, что больше 72 чисел быть не может	3
Выполнен пункт а)	2
Приведён пример последовательности из трёх чисел	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\sin x + \sin^2 \frac{x}{2} = \cos^2 \frac{x}{2}$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

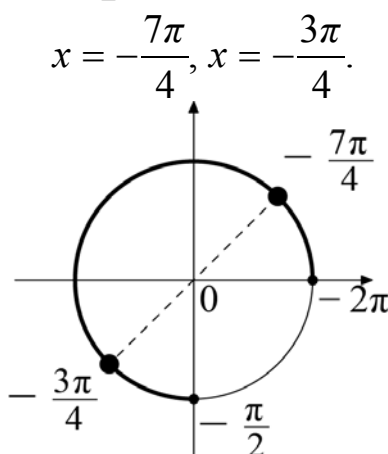
а) Перенесём $\sin^2 \frac{x}{2}$ в правую часть и применим формулу для косинуса двойного угла:

$$\sin x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}; \quad \sin x = \cos x.$$

Если $\cos x = 0$, то из уравнения следует, что $\sin x = 0$, что противоречит основному тригонометрическому тождеству. Поэтому $\cos x$ отличен от 0, и на него можно поделить обе части уравнения:

$$\operatorname{tg} x = 1; \quad x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

б) При помощи тригонометрической окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$:



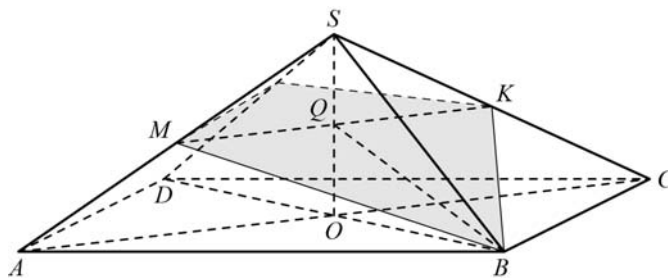
Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{7\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в п. а) и в п. б)	2
Обоснованно получен верный ответ в п. а), но обоснование отбора корней в п. б) не приведено или задача в п. а) обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. б) приведён обоснованный отбор корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

С2 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SC . Найдите угол между плоскостями BMK и ABC , если $AB = 10$, $SC = 8$.

Решение.

Проведём из точки B перпендикуляр BQ к MK , Q — середина MK . Точка Q является серединой высоты SO . Прямая MK параллельна прямой пересечения плоскостей BMK и ABC , $QO \perp MK$, $OB \perp MK$. Следовательно, $\angle QBO$ — искомый линейный угол. Найдём QO :



$$BO = 5\sqrt{2}; \quad SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{8^2 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{14};$$

$$QO = \frac{1}{2}SO = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Значит, $\operatorname{tg} \angle QBO = \frac{\sqrt{14}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{10}.$

Ответ: $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{7}}{10}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ, или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3

Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_{x+1}(2x-5) + \log_{2x-5}(x+1) \leq 2, \\ 25^x - 20^x - 2 \cdot 16^x \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство:

$$\log_{x+1}(2x-5) + \frac{1}{\log_{x+1}(2x-5)} \leq 2.$$

Сделаем замену $y = \log_{x+1}(2x-5)$:

$$y + \frac{1}{y} \leq 2; \quad \frac{(y-1)^2}{y} \leq 0,$$

откуда $y = 1$ или $y < 0$.Если $\log_{x+1}(2x-5) = 1$, то

$$\begin{cases} x+1 = 2x-5, \\ x+1 > 0, \\ x+1 \neq 1, \end{cases} \quad \text{откуда } x = 6.$$

Если $\log_{x+1}(2x-5) < 0$, то

$$\begin{cases} \frac{2x-5-1}{x+1-1} < 0, \\ x+1 > 0, \\ 2x-5 > 0, \\ x+1 \neq 1, \end{cases} \quad \text{откуда } \begin{cases} \frac{x-3}{x} < 0, \\ x > \frac{5}{2}; \end{cases} \quad \frac{5}{2} < x < 3.$$

Решение первого неравенства: $\frac{5}{2} < x < 3$ или $x = 6$.Решим второе неравенство. Разделим обе части на 16^x :

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{2x} - \left(\frac{5}{4}\right)^x - 2 \leq 0.$$

Сделаем замену $z = \left(\frac{5}{4}\right)^x$. Получаем: $z^2 - z - 2 \leq 0$; $-1 \leq z \leq 2$.Обратная замена: $\left(\frac{5}{4}\right)^x \leq 2$; $x \leq \log_{1,25} 2$.

Решение второго неравенства: $x \leq \log_{1,25} 2$.

Решением системы является общая часть решений двух неравенств.

Учитывая, что $3 < \log_{\frac{5}{4}} 2 < 6$, находим решение системы: $\frac{5}{2} < x < 3$.

Ответ: $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

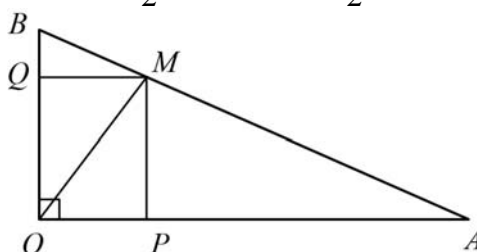
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

С4 Расстояния от точки M , расположенной внутри прямого угла, до сторон угла равны 4 и 3. Через точку M проведена прямая, отсекающая от угла треугольник, площадь которого равна 32. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого внутри угла.

Решение.

Пусть O — вершина данного угла, P и Q — проекции точки M на стороны угла, $MP = 4$, $MQ = 3$, A и B — точки, в которых прямая, проходящая через точку M , пересекает стороны соответственно OP и OQ данного прямого угла. Обозначим $OA = x$, $OB = y$. Тогда

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}xy = 32.$$



С другой стороны,

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOM} + S_{\triangle BOM} = \frac{1}{2}OA \cdot MP + \frac{1}{2}OB \cdot MQ = \frac{1}{2}x \cdot 4 + \frac{1}{2}y \cdot 3 = 2x + \frac{3}{2}y = 32.$$

Из системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy = 32, \\ 2x + \frac{3}{2}y = 32 \end{cases}$$

находим, что $x = 4$, $y = 16$ или $x = 12$, $y = \frac{16}{3}$. Следовательно,

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 16^2} = 4\sqrt{17}$$

или

$$AB = \sqrt{12^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2} = \frac{4}{3}\sqrt{97}.$$

Ответ: $4\sqrt{17}$ или $\frac{4}{3}\sqrt{97}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Получено одно правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена геометрическая конфигурация, в которой получены одно или два значения искомой величины, неправильные из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{1 - 2a\sqrt{1+x^2} + a(1+x^2)}{(1+x^2) - 2\sqrt{1+x^2}} = 3$$

имеет хотя бы одно решение.

Решение.

Поделим числитель и знаменатель дроби на $1+x^2$:

$$\frac{\frac{1}{1+x^2} - \frac{2a}{\sqrt{1+x^2}} + a}{1 - \frac{2}{\sqrt{1+x^2}}} = 3.$$

Сделаем замену $z = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$:

$$\frac{z^2 - 2az + a}{1 - 2z} = 3.$$

$1+x^2 \geq 1$, поэтому $0 < z \leq 1$.

Задачу можно сформулировать так: найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{z^2 - 2az + a}{1 - 2z} = 3$ имеет хотя бы одно решение, удовлетворяющее условию $0 < z \leq 1$.

Перейдем к системе:

$$\begin{cases} z^2 - 2az + a = -6z + 3, \\ z \neq 0,5, \\ 0 < z \leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} z^2 - 2(a-3)z + a - 3 = 0, \\ z \neq 0,5, \\ 0 < z \leq 1. \end{cases}$$

Заметим, что ни при одном значении a число $z = 0,5$ не является корнем уравнения.

Рассмотрим функцию $f(z) = z^2 - 2(a-3)z + a - 3$. Её график — парабола, ветви которой направлены вверх. Следовательно, условие задачи выполнено тогда и только тогда, когда выполняется одно из трёх условий:

1) Трёхчлен имеет два различных корня, и только больший из них лежит на промежутке $(0; 1]$ (см. рис. 1), то есть $\begin{cases} f(0) < 0, \\ f(1) \geq 0. \end{cases}$

2) Трёхчлен имеет два различных корня, и только меньший из них лежит на промежутке $(0; 1]$ (см. рис. 2), то есть $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) \leq 0. \end{cases}$

3) Трёхчлен имеет два корня, возможно, совпадающих, и оба лежат на промежутке $(0; 1]$ (см. рис. 3), то есть $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) \geq 0, \\ f(z_0) \leq 0, \end{cases}$ где z_0 — абсцисса вершины параболы.

Эти условия соответствуют следующим способам расположения графика функции :

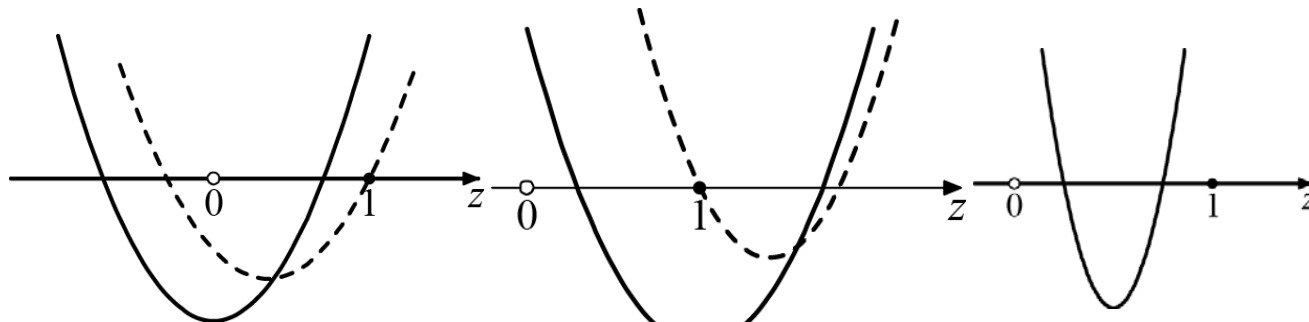


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

Решим систему: $\begin{cases} a - 3 < 0, \\ 1 - a + 3 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a < 3, \\ a \leq 4; \end{cases} \quad a < 3.$

Решим систему: $\begin{cases} a - 3 > 0, \\ 1 - a + 3 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a > 3, \\ a \geq 4; \end{cases} \quad a \geq 4.$

Решим систему: $\begin{cases} a - 3 > 0, \\ 1 - 2(a - 3) + a - 3 \geq 0, \\ (a - 3)^2 - 2(a - 3)^2 + a - 3 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a > 3, \\ a \leq 4, \\ a \geq 4, \end{cases} \quad \text{откуда } a = 4.$

Ответ: $a < 3, a \geq 4$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

- С6** Дана последовательность натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего либо на 12, либо в 8 раз. Сумма всех членов последовательности равна 437.
- а) Какое наименьшее число членов может быть в этой последовательности?
 б) Какое наибольшее количество членов может быть в этой последовательности?

Решение.

а) Последовательность не может состоять из двух членов, так как уравнения $x + (x + 12) = 437$, $x + 8x = 437$ неразрешимы в целых числах. Последовательность может состоять из трёх членов, например, так:
 $25 + 200 + 22 = 437$.

б) Сумма двух соседних чисел равна как минимум 9; поскольку $437 = 48 \cdot 9 + 5$, будет самое большее 48 пар и ещё одно число. Но сумма может быть равна 9 только для пары $1 + 8$, а если все пары такие, то добавить к ним число 5 нельзя. А для остальных пар сумма равна как минимум 14. Поэтому на самом деле 97 чисел обеспечить нельзя, а 96 чисел можно в ситуации $1, 8, 1, 8, 1, 8, \dots, 1, 8, 1, 13$ (пара 1, 8 повторяется 47 раз).

Ответ: а) 3; б) 96.

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены все пункты	4
Выполнен пункт а), а в пункте б) доказано, что больше 96 чисел быть не может	3
Выполнен пункт а)	2
Приведён пример последовательности из трёх чисел	1
Приведён пример последовательности из трёх чисел	0
<i>Максимальный балл</i>	4